MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2puntos, exercicio 4= 2puntos)

OPCIÓN A

1. a) Define menor complementario e adxunto dun elemento nunha matriz cadrada.

b) Sexan I a matriz identidade de orde 3 e $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, determina os valores de λ para os que $A + \lambda I$ non ten inversa.

c) Calcula a matriz X que verifica $AX - A = 2X$, sendo A a matriz dada no apartado b).

2. Dado o plano $\pi: \begin{cases} x = 2 + 2\lambda - \mu \\ y = 1 - 2\lambda + \mu \\ z = 4 + 3\mu \end{cases}$ e a recta $r: \begin{cases} x + z - 4 = 0 \\ y = 3 \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa de π e r. Se se cortan, calcula o punto de corte.

b) Calcula o ángulo que forman π e r. Calcula o plano que contén a r e é perpendicular a π.

3. a) Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{cosx - e^{-2x} - 2x}{sen^2 x}$

b) Queremos dividir un fío metálico de 70 metros de lonxitude en tres partes de maneira que unha delas teña dobre lonxitude que outra e ademais que ao construír con cada parte un cadrado, a suma das áreas dos tres cadrados sexa mínima. Calcula a lonxitude de cada parte.

4. a) A segunda derivada dunha función $f(x)$ é $f''(x) = 4e^{2x} - 2x$. Ademais a tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto $(0,1)$ é paralela á recta $x - y + 3 = 0$. Calcula $f(x)$.

b) Calcula $\int_0^{\pi/2} xsen(2x + \pi)dx$

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores de m, o sistema:

$$\begin{aligned} x + my + (m-1)z &= m \\ (m-1)y + z &= 0 \\ x + y &= 0 \end{aligned}$$

b) Resólveo, se é posible, para $m = 3$.

2. Dadas as rectas $r: \begin{cases} x + y - 2z - 5 = 0 \\ y - 5z - 1 = 0 \end{cases}$ $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - 2\lambda \\ z = 5 \end{cases}$

a) Estuda a súa posición relativa. Se se cortan, calcula o punto de corte.

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral e as ecuacións paramétricas do plano que contén a r e a s.

c) Calcula a distancia do punto $Q(1,1,4)$ á recta s.

3. Dada a función $f(x) = \begin{cases} mx & se \;\; x < 1 \\ ax^2 + bx + 1 & se \;\; x \geq 1 \end{cases}$

a) Calcula os valores de a, b e m para que $f(x)$ sexa derivable en $x = 1$ e teña un extremo relativo en $x = 3$.

b) Enuncia o teorema do valor medio do cálculo diferencial. Para os valores $a = 1$, $b = -6$ e $m = -4$, calcula, se existe, un punto $c \in (0,5)$ tal que a tanxente á gráfica de $f(x)$ en $x = c$ sexa paralela ao segmento que une os puntos $(0,0)$ e $(5,-4)$.

4. a) Calcula $\int_0^1 \frac{2}{3+3e^x}dx$

b) Enuncia o teorema fundamental do cálculo integral. Se $F(x) = \int_0^x \frac{2}{3+3e^t}dt$, calcula $\lim_{x\to 0} \frac{F(x)}{x}$